

# Linee di trasmissione

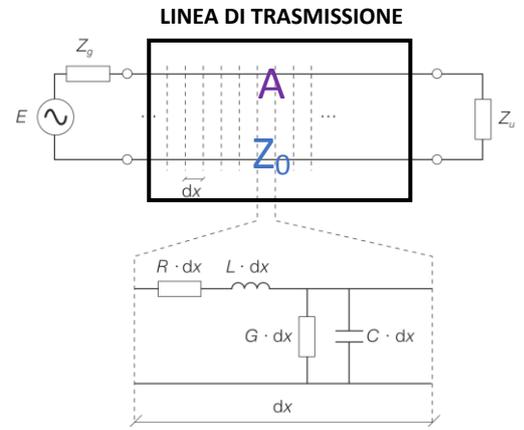
## Concetti generali

Una linea di trasmissione (d'ora in poi l.d.t.) è un quadripolo che permette il collegamento elettrico tra due dispositivi lontani.

La differenza tra un normale collegamento elettrico e una l.d.t. è che il primo ha una dimensione molto più piccola della lunghezza d'onda del segnale, mentre la seconda no. Quindi nel primo caso la tensione è uguale lungo tutto il filo, mentre nel secondo caso essa varia man mano che si procede lungo la linea con i seguenti effetti:

- variazione di ampiezza (attenuazione o amplificazione)
- ritardo (sfasamento in ritardo)

Attenzione: anche se la tensione può amplificarsi lungo la linea, la potenza in ingresso non può aumentare (la l.d.t. è un componente "passivo").



## Circuito elettrico equivalente e costanti primarie

Dal punto di vista elettrico la l.d.t. può essere rappresentata come una serie di circuiti come quello in figura collegati insieme tra loro. Non bisogna pensare che nella l.d.t. ci siano effettivamente quei componenti, bensì si tratta di effetti parassiti dovuti alla non perfetta conducibilità del cavo e ai campi elettromagnetici generati da esso. I 4 parametri:

- **R** [ $\Omega/m$ ], resistenza per unità di lunghezza
- **L** [ $H/m$ ], induttanza per unità di lunghezza
- **G** [ $S/m$ ], conduttanza per unità di lunghezza;
- **C** [ $F/m$ ], capacità per unità di lunghezza;

si chiamano "**costanti primarie**" e sono "**distribuite**" lungo tutta la linea, infatti per saperne il valore vanno moltiplicate per la lunghezza del tratto considerato (nel disegno è chiamata "dx").

## Impedenza caratteristica

L'impedenza caratteristica ( $Z_0$ ) è quell'impedenza che la l.d.t. presenta sia un ingresso che in uscita (quando è in condizione di adattamento). Conoscendo le costanti primarie è possibile sapere l'**impedenza caratteristica** ( $Z_0$ ) della linea (anche se di solito viene fornita dal costruttore):

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \cong \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Se la frequenza è molto elevata si può usare la seconda formula (nel caso delle telecomunicazioni è quasi sempre vero). Quindi in alta frequenza l'impedenza caratteristica  $Z_0$  non ha parte immaginaria, è una resistenza pura.

## Velocità di propagazione

La velocità con cui le onde elettromagnetiche (e quindi i segnali) si propagano è uguale alla velocità della luce solo se il mezzo è il vuoto (es: onde radio di un satellite nello spazio). In caso di mezzi diversi le onde rallentano.

Il **fattore di velocità** ( $F_v$ ) rappresenta il rapporto tra la velocità di propagazione effettiva e quella del vuoto e si può calcolare in vari modi a seconda dei dati a disposizione:

$$F_v = \frac{V_p}{c} = \frac{V_{\%}}{100} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$V_p$  = Velocità di propagazione del segnale sulla l.d.t.

$c$  = Velocità della luce nel vuoto =  $3 \cdot 10^8$  m/s

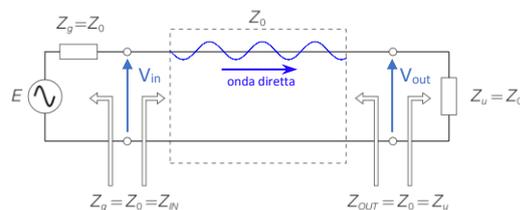
$V_{\%}$  = Velocità percentuale rispetto a quella della luce (dato dai costruttori)

$\epsilon_r$  = Costante dielettrica relativa del materiale, dipende dal materiale con cui è fatto l'isolante del cavo

Conoscendo il fattore di velocità è possibile trovare facilmente la velocità  $V_p$  tramite formula inversa.

## Studio delle linee adattate

Una linea è adattata quando in ingresso ed in uscita sono presenti impedenze uguali all'impedenza caratteristica (con l'eventuale parte immaginaria cambiata di segno = complesso coniugato). Vedi figura. La particolarità delle linee adattate sta nel fatto che vi è il massimo trasferimento possibile di potenza dall'ingresso all'uscita perché non si creano riflessioni. Clicca qui per vedere come si comporta una linea

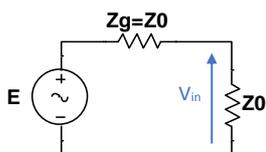


adattata per segnali impulsivi (<https://tinyurl.com/yzjeoucn>) e per segnali sinusoidali (<https://tinyurl.com/yeh99skb>).

Lo studio delle linee adattate consiste nel calcolo dell'attenuazione e dello sfasamento (cioè del ritardo) introdotto dalla linea. Per farlo occorre prima sapere quant'è la potenza disponibile in ingresso.

### Potenza disponibile in ingresso alla linea

La potenza disponibile ( $P_{in}$ ) è potenza che il generatore è in grado di erogare verso il circuito (ved. figura sopra). Il bipolo generatore  $E$  e l'impedenza  $Z_g$  nella realtà potrebbero essere l'uscita di un altro quadripolo con la propria impedenza di uscita. Il circuito di ingresso, se la linea è adattata, è equivalente a quello in figura sotto.



La potenza si calcola quindi sapendo che:

|  |                   |   |  |
|--|-------------------|---|--|
| $\begin{cases} V_{in} = \frac{E}{2} & (\text{tensione in ingresso}) \\ P_{in} = \frac{V_{in}^2}{Z_0} & (\text{potenza in ingresso}) \\ P_g = \frac{E^2}{4Z_0} & (\text{potenza generatore}) \end{cases}$ | $\longrightarrow$ | $P_{in} = \frac{P_g}{2} = \frac{E^2}{4Z_0}$ | <p>Nota bene: <math>E</math> deve essere il valore efficace della tensione del generatore.</p> |
|--|-------------------|---|--|

Si può concludere che in una linea adattata la potenza disponibile è metà di quella erogata dal generatore, l'altra metà viene assorbita dall'impedenza del generatore. Questo, anche se sembra poco, è il massimo che si può ottenere. Una volta che la l.d.t. è adattata, per aumentare ulteriormente la potenza erogata dal generatore ci sono due strade: o si aumenta la tensione o si riduce la  $Z_0$ . Quindi i sistemi ad alta potenza hanno alta tensione e bassa impedenza.

### Attenuazione della linea

Nelle l.d.t. reali vi sono sempre delle perdite, perciò la potenza in uscita sarà inferiore a quella di ingresso (attenuazione). L'attenuazione della linea è chiamata **insertion loss** (o attenuazione di inserzione o attenuazione di immagine) e si calcola come tutte le attenuazioni, cioè l'opposto del guadagno tra uscita e ingresso:

$$A_{i,dB} = -G_{i,dB} = -10 \cdot \log\left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{P_{in}}{P_{out}}\right)$$

Per calcolare l'attenuazione si può anche usare il valore dell'**attenuazione specifica ( $A_{sp}$ )** che viene riportata sulle schede tecniche dei cavi e rappresenta l'attenuazione per unità di lunghezza ad una certa frequenza, quindi l'insertion loss specifico della linea può essere trovato anche così:

$$A_{i,dB} = \underbrace{\left(\frac{A_{sp}}{l_{rif}} \cdot \sqrt{\frac{f_s}{f_{rif}}}\right)}_{= \alpha} \cdot l$$

$A_{sp}$  = Attenuazione specifica [dB/m] oppure [dB/100m] oppure [dB/km]  
 $l_{rif}$  = Lunghezza di riferimento [1m] oppure [100m] oppure [1000m]  
 $l$  = Lunghezza della linea [m]  
 $f_s$  = Frequenza del segnale [Hz]  
 $f_{rif}$  = Frequenza di riferimento [Hz]  
 $\alpha$  = Costante di attenuazione [dB/m]

### Sfasamento e ritardo della linea

Il segnale impiega un certo tempo per attraversare la linea, quindi il segnale in uscita è sicuramente sfasato in ritardo rispetto a quello in ingresso. Il **ritardo di propagazione** (propagation delay) è un tempo e si trova come spazio/velocità:

$$t_r = \frac{l}{V_p}$$

$t_r$  = Tempo di ritardo [s]  
 $l$  = Lunghezza della linea [m]  
 $V_p$  = Velocità di propagazione (vedi pag. precedente) [m/s]

Il ritardo comporta che il segnale di uscita è sfasato rispetto a quello di ingresso, per trovare l'**angolo di sfasamento** basta fare una proporzione (l'angolo di sfasamento sta all'angolo giro ( $2\pi$ , oppure  $360^\circ$ ) come la lunghezza della linea sta alla lunghezza d'onda), bisogna però considerare solo il resto della divisione:

$$n = \frac{t_r}{T} = t_r \cdot f = \frac{l}{\lambda}$$

$n$  = Numero di periodi (T) a cui equivale il ritardo. **resto(n)** = Resto della divisione  $t_r/T$  (cioè la parte dopo la virgola di  $n$ ): di quanto il ritardo supera un numero intero di periodi.  
 $\theta$  = Sfasamento in ritardo (per questo va considerato negativo) [rad]. Per avere il risultato in gradi basta mettere  **$360^\circ$  al posto di  $2\pi$** .  
 $\lambda$  = Lunghezza d'onda del segnale [m] =  $V_p \cdot T$   
 $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$  = Costante di fase [rad/m]

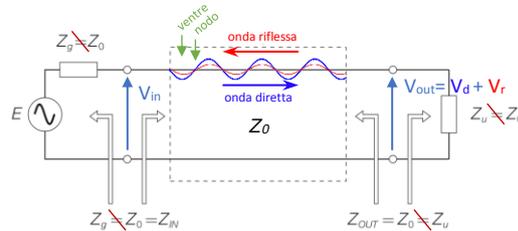
$$\theta = -\text{resto}(n) \cdot 2\pi = -\beta \cdot l$$

Le due costanti  $\alpha$  e  $\beta$  sono dette **costanti secondarie** e servono per calcolare attenuazione e sfasamento del segnale lungo una l.d.t..

## Studio delle linee non adattate

Se le impedenze di generatore, linea e carico non sono adattate, il segnale (onda diretta o progressiva) che transita nel punto di discontinuità viene in parte riflesso (onda riflessa o regressiva). L'onda riflessa torna indietro, riattraversa la linea per arrivare al generatore, provocando:

1. perdita di potenza trasmessa;
2. disturbi sulla linea;
3. sovraccarico del generatore (che è progettato per erogare potenza, non assorbirla).



Clicca qui per vedere come si comporta una linea disadattata per segnali impulsivi (<https://tinyurl.com/yzovcx7g>) e per segnali sinusoidali (<https://tinyurl.com/yjsh97xs>). Coi segnali sinusoidali si vede bene che l'onda che si crea sulla linea dall'unione dell'onda diretta e quella riflessa sembra non procedere più verso destra ma sembra ferma sullo stesso punto: questa si chiama **ONDA STAZIONARIA**. In questa situazione vi sono punti della linea in cui il segnale è molto intenso, chiamati "ventri" (l'onda diretta e riflessa sono in fase e quindi si sommano) e altri punti in cui il segnale è meno intenso (o nullo), chiamati "nodi" (l'onda diretta e riflessa sono in opposizione di fase e quindi si sottraggono). Lo studio delle linee non adattate consiste nel calcolo dell'attenuazione aggiuntiva introdotta dalle riflessioni.

### Rapporto Onda Stazionaria (ROS)

Il "Rapporto Onda Stazionaria" (ROS), in inglese "Voltage Standing Wave Ratio" (VSWR) è il rapporto tra l'ampiezza massima (ampiezza dell'onda nei ventri) e l'ampiezza minima (ampiezza dell'onda nei nodi) dell'onda stazionaria. Più è alto più vi è un'onda stazionaria forte e quindi maggiore disadattamento. Se non c'è onda stazionaria i due valori massimo e minimo coincidono perché l'onda si propaga lungo la linea e quindi in tutti i punti della linea l'ampiezza raggiunge lo stesso valore massimo. E' un parametro molto usato perché esiste uno strumento in grado di misurarlo, il "ROSmetro", oppure può essere ricavato tramite l'oscilloscopio.

$$ROS = VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

**ROS = VSWR** = Rapporto onda stazionaria [adimensionale]. Può andare dal valore 1 ( $V_{max} = V_{min}$  = no onda stazionaria, adattamento perfetto) fino al valore  $\infty$  ( $V_{min} = 0$ ,  $V_r = V_d$ , disadattamento totale).

$V_{max}$  = Ampiezza della tensione nel punto di massimo (ventre) [V]

$V_{min}$  = Ampiezza della tensione nel punto di minimo (nodo) [V]

### Coefficiente di riflessione

Il coefficiente di riflessione  $\rho$  (si legge "ro") oppure  $\Gamma$  (si legge "gamma") è il rapporto tra il fasore dell'onda riflessa e quello dell'onda diretta alla fine della linea e quindi indica quant'è intensa l'onda riflessa rispetto a quella diretta. Il modulo del coefficiente di riflessione (senza segno) si può trovare anche a partire dal ROS.

$$\rho_v = \frac{\vec{V}_r}{\vec{V}_d} = \frac{\vec{Z}_u - \vec{Z}_0}{\vec{Z}_u + \vec{Z}_0}$$

...inoltre...

$$|\rho_v| = \frac{ROS - 1}{ROS + 1}$$

$\rho_v$  = Coefficiente di riflessione per la tensione [adimensionale]. In valore assoluto non può essere maggiore di 1 perché l'onda riflessa non può essere maggiore di quella diretta. E' negativo se  $\vec{Z}_u < \vec{Z}_0$  è positivo se  $\vec{Z}_u > \vec{Z}_0$ .

$\vec{V}_r$  = Fasore dell'onda riflessa misurata alla fine della linea [V]

$\vec{V}_d$  = Fasore dell'onda diretta misurata alla fine della linea [V]

$\vec{Z}_u$  = Impedenza di uscita (ossia del carico connesso alla fine della linea) [ $\Omega$ ]

$\vec{Z}_0$  = Impedenza caratteristica della linea [ $\Omega$ ]

### Attenuazione per riflessione

In caso di linea disadattata, oltre all'insertion loss, si aggiunge l'**attenuazione per riflessione (mismatch loss)**.

L'attenuazione della linea è chiamata **insertion loss** (o attenuazione di inserzione o attenuazione di immagine) e si calcola come tutte le attenuazioni, cioè l'opposto del guadagno tra uscita e ingresso:

$$A_{r,dB} = -10 \cdot \log(1 - |\rho_v|^2)$$

### Attenuazione composita (totale)

L'attenuazione complessiva della linea disadattata, chiamata **attenuazione composita**, è quindi la somma delle due attenuazioni studiate.

$$A_{c,dB} = A_{i,dB} + A_{r,dB}$$

La potenza trasmessa dalla linea al carico si calcola come sempre sottraendo alla potenza disponibile l'attenuazione composita.