

- **rumore:** può essere definito come energia che si somma al segnale utile, in modo sostanzialmente casuale, degradandone il contenuto informativo;
- **interferenze:** sono disturbi causati da altri sistemi di telecomunicazione, i quali emettono energia elettromagnetica che viene captata dal sistema disturbato;
- **attenuazione:** diminuzione della potenza di un segnale causata principalmente da dissipazioni che intervengono durante il transito attraverso il canale; aumenta all'aumentare della lunghezza del canale e della frequenza del segnale informativo; un'attenuazione eccessiva può rendere il segnale informativo così debole da confondersi con il rumore, il che ne impedisce la corretta ricezione.

Sono stati stabiliti dei parametri per valutare la qualità di un segnale in relazione a ciascuna causa di degrado.

Per esempio, il parametro che definisce la qualità del segnale che giunge a un ricevitore nel caso dei sistemi di trasmissione analogici è il *rapporto segnale-rumore*, indicato come *S/N* o *SNR* (*Signal to Noise Ratio*), dove:

- *S* (*Signal power*) è la potenza del segnale che giunge al ricevitore;
- *N* (*Noise power*) è la potenza del rumore (sovrapposto al segnale) che giunge al ricevitore.

Come visto nel VOLUME 1, CAPITOLO 8, SOTTOPARAGRAFO 4.2, il rapporto *S/N* viene normalmente espresso in *decibel* (dB) con la seguente relazione:

$$\left. \frac{S}{N} \right|_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{Potenza di segnale}}{\text{Potenza di rumore}} \right) \text{ dB} \quad (1.5)$$

Un sistema di telecomunicazione deve far sì che il trasferimento del segnale informativo avvenga rispettando le seguenti condizioni:

- distorsioni trascurabili;
- *S/N* sufficientemente alto;
- interferenze trascurabili;
- attenuazione totale non eccessiva.

In questo modo si garantisce che l'informazione venga trasferita con un degrado accettabile.

Nel proseguo vengono analizzate le principali cause di degrado della qualità del segnale trasmesso attraverso un sistema di telecomunicazione.

2 Funzione di trasferimento di un quadripolo

Per poter comprendere quali siano le cause che determinano delle distorsioni del segnale che attraversa un componente di un sistema di telecomunicazione, che rappresentiamo genericamente come un quadripolo, è necessario introdurre i concetti di *linearità* e di *funzione di trasferimento* di un quadripolo.

Un quadripolo viene detto **lineare** se è possibile applicare a esso il principio di sovrapposizione degli effetti (si veda il VOLUME 1, CAPITOLO 4, SOTTOPARAGRAFO 1.3); in questo caso applicando in ingresso un segnale *sinusoidale* e variandone l'ampiezza entro il campo di utilizzo del quadripolo l'*uscita rimane sinusoidale* con la stessa frequenza (l'ampiezza e la fase possono invece cambiare).

Il quadripolo, poi, viene detto *tempo-invariante* se la relazione che lega l'ingresso all'uscita rimane la stessa anche se si trasla nel tempo l'ingresso: se $x(t) \rightarrow y(t)$ allora $x(t - \tau) \rightarrow y(t - \tau)$.

Il comportamento di un quadripolo lineare al variare della frequenza del segnale applicato al suo ingresso può essere descritto, in modo matematico e grafico, determinando e tracciando la sua funzione di trasferimento, che indichiamo con $H(f)$.

Nel dominio della frequenza la **funzione di trasferimento** di un quadripolo lineare, $H(f)$, è la funzione che descrive il comportamento del quadripolo al variare della frequenza; essa è anche nota come **risposta in frequenza**.

La funzione di trasferimento, infatti, esprime *frequenza per frequenza* in che modo il quadripolo risponde a un segnale d'ingresso sinusoidale di cui viene fatta variare la frequenza.

Matematicamente la funzione di trasferimento, $H(f)$, di un quadripolo lineare e tempo-invariante può essere definita come il rapporto fra gli *spettri* dei segnali in ingresso e in uscita:

$$H(f) = \frac{S_u(f)}{S_i(f)} \quad (1.6)$$

Da un punto di vista matematico $H(f)$ è una funzione complessa che ha un modulo (*magnitude*) e una fase (*phase*). Il modulo della funzione di trasferimento, $|H(f)|$, viene anche denominato *risposta in ampiezza* o *caratteristica di ampiezza*, poiché è dato dal rapporto tra gli *spettri di ampiezza* dei segnali in uscita e in ingresso, mentre il suo argomento, $\angle H(f)$, viene indicato anche come *caratteristica di fase* o *risposta in fase*, in quanto fornisce il legame tra gli *spettri di fase* dei segnali stessi ed è dato dalla differenza degli spettri di fase.

Va notato che spesso la risposta in ampiezza viene tracciata esprimendone i valori in decibel (dB) per le tensioni: $|H(f)|_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(|H(f)|)$.

Poiché la *funzione di trasferimento* (o *risposta in frequenza*) di un quadripolo lineare definisce il comportamento del quadripolo alle varie frequenze, è possibile evidenziare come si possono determinare gli spettri di ampiezza, $|S_u(f)|$, e di fase, $\angle S_u(f)$, del segnale d'uscita noti quelli del segnale in ingresso ($|S_i(f)|$, $\angle S_i(f)$) e la funzione di trasferimento (in modulo, $|H(f)|$, e fase, $\angle H(f)$):

$$\begin{cases} |S_u(f)| = |H(f)| \cdot |S_i(f)| \\ \angle S_u(f) = \angle H(f) + \angle S_i(f) \end{cases} \quad (1.7)$$

Nel caso di **segnale sinusoidale**, noti ampiezza (A_{IN}), frequenza (f_0) e fase (θ_{IN}) della sinusoide in ingresso, applicando le FORMULE 1.7 è possibile determinare l'ampiezza e la fase della sinusoide d'uscita:

$$\begin{cases} A_{OUT} = |H(f_0)| \cdot A_{IN} \\ \theta_{OUT} = \angle H(f_0) + \theta_{IN} \end{cases}$$

dove $|H(f_0)|, \angle H(f_0)$ sono i valori che le risposte in ampiezza e fase assumono alla frequenza della sinusoide.

Nel caso di un *segnale sinusoidale* di frequenza f_0 l'espressione matematica del segnale d'uscita risulta così la seguente:

$$s_u(t) = (|H(f_0)| \cdot A_{IN}) \cdot \text{sen}[2\pi f_0 t + (\theta_{IN} + \angle H(f_0))] \quad (1.8)$$

Poiché per le proprietà della trasformata di Fourier a una somma di segnali corrisponde una somma di spettri, ed essendo il quadripolo lineare, per cui si può applicare la sovrapposizione degli effetti, le FORMULE 1.7 rimangono valide anche quando si applica in ingresso un segnale non sinusoidale, scomponibile secondo Fourier in una somma di sinusoidi.

Nel caso in cui il segnale d'ingresso sia *non sinusoidale*, però, il legame tra ingresso e uscita nel dominio del tempo *non* è fornito da un'espressione analoga alla FORMULA 1.8, e per ottenere il segnale d'uscita si deve eseguire un'operazione matematica nota come *convoluzione*¹.

La rappresentazione nel dominio della frequenza dello spettro dei segnali e della funzione di trasferimento dei quadripoli lineari consente di capire in che modo un quadripolo modifica le caratteristiche di un segnale in transito: l'ampiezza in uscita di un'armonica avente una certa frequenza, f , si ricava moltiplicando l'ampiezza dell'armonica in ingresso per il valore assunto da $|H(f)|$ a quella frequenza.

Se i livelli dei segnali e la risposta in ampiezza sono espressi in decibel, il livello di tensione di un'armonica in uscita si trova sommando al livello in ingresso il valore di $|H(f)|_{dB}$ a quella frequenza.

Se un sistema è composto da più quadripoli in cascata, allora la funzione di trasferimento complessiva è uguale al prodotto delle funzioni di trasferimento di ogni singolo quadripolo:

$$H(f) = H_1(f) \cdot H_2(f) \cdot \dots \cdot H_n(f) \quad (1.9)$$

3 Banda di un quadripolo

La **banda di un quadripolo**, o **banda passante**, può essere definita come l'intervallo di frequenza in cui la funzione di trasferimento, in modulo, è all'incirca costante. Le frequenze che delimitano la banda passante sono note come *frequenze di taglio* (f_T) e, per convenzione, esse vengono definite nel seguente modo:

una **frequenza di taglio** (f_T) è la frequenza alla quale il valore di $|H(f)|$ diventa $1/\sqrt{2}$ volte il valore che si ha nel centro (zona piatta) della ban-

da del quadripolo, $|H(f_c)|$; esprimendo i valori in dB alla frequenza di taglio si ha una diminuzione di 3 dB rispetto al valore di $|H(f_c)|_{dB}$:

$$|H(f_T)| = \frac{|H(f_c)|}{\sqrt{2}} \rightarrow |H(f_T)|_{dB} = |H(f_c)|_{dB} - 3 \quad (1.10)$$

I circuiti di uso più comune presentano una o due frequenze di taglio, a seconda che si tratti di circuiti con risposte del tipo passa basso/passa alto oppure passa banda.



LABORATORIO DIDATTICO 1 Determinazione della risposta in frequenza di un quadripolo

Un procedimento con il quale è possibile determinare sperimentalmente la risposta in frequenza, o funzione di trasferimento, di un quadripolo lineare è il seguente:

1. si applica in ingresso al quadripolo un segnale sinusoidale di ampiezza nota (per esempio $A_{IN} = 1$), fase zero, e di cui si possa variare la frequenza mantenendo inalterata l'ampiezza;
2. si imposta una frequenza iniziale sufficientemente bassa, in relazione al campo di frequenze di lavoro del quadripolo, partendo per esempio da una frequenza prossima allo 0;
3. si misura il valore dell'ampiezza (A_{OUT}) e si calcola il valore della fase della sinusoide d'uscita;
4. si fa variare la frequenza del segnale d'ingresso, aumentandola gradualmente, e per ogni valore di frequenza si ripete la misura del valore dell'ampiezza e si calcola la fase della sinusoide d'uscita.

Il modulo della risposta in frequenza (o risposta in ampiezza), $|H(f)|$, viene tracciato riportando su un grafico, per ciascuna frequenza a cui si effettuano le misure, sull'asse delle ascisse la frequenza e sull'asse delle ordinate il valore del rapporto fra ampiezza d'uscita e d'ingresso ($|H(f_n)| = A_{OUT}/A_{IN}$), oppure tale rapporto espresso in dB con la relazione $|H(f_n)|_{dB} = 20 \log_{10} (A_{OUT}/A_{IN})$.

La risposta in fase viene tracciata riportando per ogni frequenza i valori della fase del segnale d'uscita, corrispondenti allo sfasamento introdotto dal quadripolo a ciascuna frequenza.

Per esemplificare la determinazione della risposta in frequenza è possibile utilizzare un software di simulazione circuitale che operi seguendo il procedimento illustrato (determinando ovviamente i valori con calcoli invece che con misure). A titolo esemplificativo si illustra com'è possibile determinare la risposta in frequenza, in modulo e fase, del circuito di FIGURA 4, a pagina seguente, utilizzando il software di simulazione circuitale Micro-Cap², sapendo solo che il circuito deve operare nel range di frequenza definito per la banda audio, cioè all'incirca da 20 Hz a 20 kHz. Come prima cosa è possibile verificare la linearità del circuito applicando in ingresso un segnale sinusoidale di frequenza fissa, per esempio

2. La versione professional di Micro-Cap 12 è ora disponibile tra le risorse online del libro di testo.

pari a $f_s = 1$ kHz, e facendone variare l'ampiezza entro il range di utilizzo del circuito, per esempio fra 500 mV e 5 V. Se il segnale d'uscita è sinusoidale per qualsiasi valore dell'ampiezza del segnale d'ingresso (entro il range di utilizzo) allora il circuito è lineare.

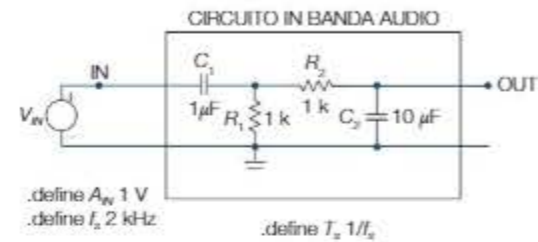


FIGURA 4 Circuito da esaminare.

Per determinare la risposta in frequenza si applica in ingresso un segnale sinusoidale avente ampiezza pari a 1 V, fase zero, e si imposta il software di simulazione per far variare la frequenza del segnale da una frequenza minima a una massima, coprendo il range di frequenze in cui si desidera determinare la risposta in frequenza del circuito, per esempio da 2 Hz a 200 kHz.

In linea di principio, il software di simulazione segue il procedimento sopra illustrato per determinare modulo e fase della risposta in frequenza (FIGURA 5):

- calcola i valori del rapporto tra l'ampiezza del segnale d'uscita e quella del segnale d'ingresso per ogni frequenza che viene applicata, partendo dalla frequenza minima e arrivando a quella massima con un incremento definito dal numero di valori che si desidera calcolare, e li riporta sull'asse delle ordinate (Y) di un grafico avente come asse delle ascisse (X) le frequenze;
- calcola i valori dello sfasamento subito dal segnale d'uscita, rispetto al segnale d'ingresso, quando la frequenza del segnale viene fatta variare dalla frequenza minima a quella massima, con un incremento definito dal numero di valori che si desidera calcolare, e li riporta sull'asse delle ordinate (Y) di un grafico avente come asse delle ascisse (X) le frequenze.

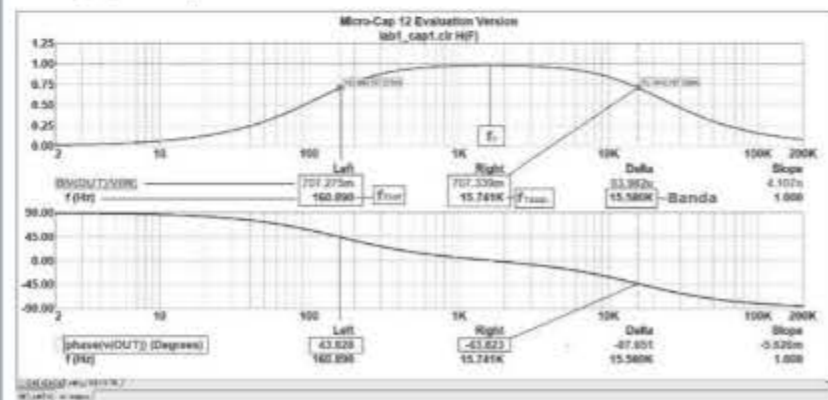


FIGURA 5 Risposta in frequenza, in modulo e fase.

Dalla FIGURA 5, ricordando che il segnale d'ingresso ha ampiezza $A_{IN} = 1$ e fase 0, si evince che:

- la frequenza di centro banda è $f_c \cong 1,6$ kHz, in quanto è la frequenza della zona piatta alla quale $|H(f_c)| = \frac{A_{OUT}}{A_{IN}} \cong 1$, per cui l'ampiezza del segnale d'uscita è all'incirca uguale all'ampiezza del segnale d'ingresso;
- la frequenza di taglio inferiore è circa $f_{T_inf} \cong 160$ Hz, in quanto a quella frequenza si ha che $|H(f_{T_inf})| = \frac{|H(f_c)|}{\sqrt{2}} \cong 1 \cdot 0,7$, per cui l'ampiezza del segnale d'uscita è circa 0,7 volte l'ampiezza del segnale d'ingresso ($A_{OUT} \cong 0,7 \cdot A_{IN}$);
- la frequenza di taglio superiore è circa $f_{T_sup} \cong 15,7$ kHz, in quanto a quella frequenza si ha che $|H(f_{T_sup})| = \frac{|H(f_c)|}{\sqrt{2}} \cong 1 \cdot 0,7$, per cui l'ampiezza del segnale d'uscita è circa 0,7 volte l'ampiezza del segnale d'ingresso ($A_{OUT} \cong 0,7 \cdot A_{IN}$);
- la *banda passante* è la differenza tra f_{T_sup} e f_{T_inf} (indicata come *Delta* in figura) ed è pari a

$$B_{passante} = f_{T_sup} - f_{T_inf} = 15\,718 - 160 \cong 15,5 \text{ kHz}$$

- alla frequenza di taglio inferiore lo sfasamento tra segnale d'uscita e segnale d'ingresso è $\theta \cong +43^\circ$;
- alla frequenza di taglio superiore lo sfasamento tra segnale d'uscita e segnale d'ingresso è $\theta \cong -43^\circ$;

L'analisi dei segnali d'ingresso e d'uscita alle diverse frequenze conferma quanto sopra esposto. Per esempio, se ci si pone alla frequenza di taglio inferiore ($f_s = 160$ Hz), FIGURA 6, i segnali d'ingresso e d'uscita hanno rispettivamente ampiezza $A_{IN} = 1$ e $A_{OUT} \cong 0,7$, mentre il segnale d'uscita è sfasato in anticipo di circa 45° (lo sfasamento è valutabile qualitativamente dai grafici).

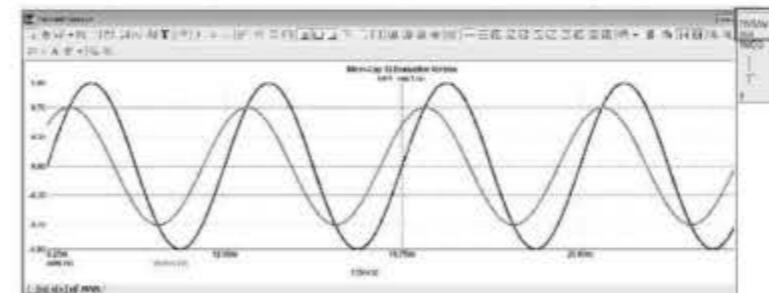


FIGURA 6 Segnali d'ingresso e d'uscita alla frequenza di 160 Hz.

Allo stesso modo se ci si pone a una frequenza posta al centro della banda passante, per esempio a $f = 2$ kHz, si può verificare che il segnale di ingresso e il segnale di uscita sono in fase, in quanto lo sfasamento introdotto dal quadripolo è nullo.

Dopo aver disegnato il circuito di FIGURA 4, l'analisi della risposta in frequenza può essere effettuata con il software di simulazione circuitale Micro-Cap operando nel seguente modo:

- si clicca su **Analisis** → **AC**;
- nella finestra **Limits** che si apre
 - si imposta il **Frequency Range** desiderato (con il formato f_{max}, f_{min} , per esempio **1E5, 2**);
 - nella colonna **X Expression** si imposta **f**;
 - nella prima riga della colonna **Y Expression** si imposta **V(OUT)/V(IN)**; se si desidera avere i valori in decibel si imposta **dB(-V(OUT)/V(IN))**;
 - nella seconda riga della colonna **Y Expression** si imposta **PHASE(V(OUT))**;
 - nelle colonne **X Range** e **Y Range** si imposta **Auto** (se lo si desidera si possono poi modificare i valori che sono calcolati automaticamente ed effettuare nuovamente l'analisi);
 - si clicca su **Run** per far partire l'analisi; se lo si desidera si clicca sull'icona **Cursor Mode** (o sul tasto **F8**) per determinare i valori del modulo della funzione di trasferimento e della fase del segnale d'uscita.

Le condizioni che devono essere soddisfatte affinché un quadripolo non introduca distorsioni sono le seguenti:

- a. il quadripolo deve essere **lineare**;
- b. il modulo della sua funzione di trasferimento (o modulo della risposta in frequenza), $|H(f)|$, deve essere **costante** almeno nella banda del segnale in ingresso;
- c. la risposta in fase (o caratteristica di fase), $\angle H(f)$, deve essere **lineare** almeno nella banda del segnale in ingresso.

4 Distorsioni

Con il termine **distorsione** si indica una modifica indesiderata della forma di un segnale provocata dalle caratteristiche non ideali dei quadripoli che esso attraversa.

4.1 Condizioni di non distorsione

Un quadripolo *non* introduce distorsioni quando produce in uscita un segnale avente la stessa forma del segnale in ingresso:

$$s_u(t) = G \cdot s_i(t - t_r)$$

L'uscita può differire dall'ingresso solo per una costante moltiplicativa (G), cioè può assumere ampiezze maggiori (se $G > 1$) o minori (se $G < 1$), e una traslazione nel tempo (t_r), la quale comporta uno sfasamento. L'andamento del segnale rimane invece invariato.

Per verificare che un quadripolo non introduca distorsioni sul segnale in transito occorre analizzarne il comportamento nel dominio del tempo per determinare se è lineare, e nel caso lo sia anche nel dominio della frequenza, analizzando la sua funzione di trasferimento, $H(f)$, e comparandola con lo spettro del segnale d'ingresso.

4.2 Tipi di distorsioni

Un quadripolo che non soddisfa le condizioni poste nel precedente paragrafo distorce i segnali che lo attraversano, cioè ne modifica la forma e, di conseguenza, ne degrada il contenuto informativo.

Vi sono diverse cause di distorsione a seconda di quali siano le caratteristiche del quadripolo che non corrispondono a quelle ideali. Le distorsioni possono essere classificate nel seguente modo:

- **distorsioni da non linearità**
Sono provocate dalla non linearità del quadripolo (caratteristica ingresso-uscita non lineare). Si possono suddividere in *distorsione armonica* e *distorsione da intermodulazione*;
- **distorsione di ampiezza**
È provocata da una funzione di trasferimento avente modulo (o risposta in ampiezza) non costante nella banda del segnale: $|H(f)| \neq G$;
- **distorsione di fase e distorsione di ritardo di gruppo**
Sono entrambe provocate da una risposta in fase che *non è lineare* con la frequenza: $\angle H(f) \neq k \cdot f$.

4.3 Distorsioni da non linearità

Questo tipo di distorsione nasce quando un quadripolo non è lineare, cioè ha una caratteristica ingresso-uscita, o *transcaratteristica*, che non è una retta passante per l'origine, per cui il legame tra segnale d'ingresso e segnale d'uscita non è più un legame di proporzionalità.

Ciò significa che se il segnale d'ingresso è *sinusoidale*, il segnale uscente *non è sinusoidale* e quindi può essere scomposto, tramite l'analisi di Fourier, nella somma di un valor medio e di un certo numero di componenti sinusoidali; queste ultime costituiscono le diverse armoniche che compongono lo spettro del segnale d'uscita.

Un quadripolo non lineare causa la nascita di *nuove componenti* nello spettro del segnale d'uscita, che non sono presenti nello spettro del segnale d'ingresso, e ciò causa una distorsione in quanto modifica la forma del segnale in transito.

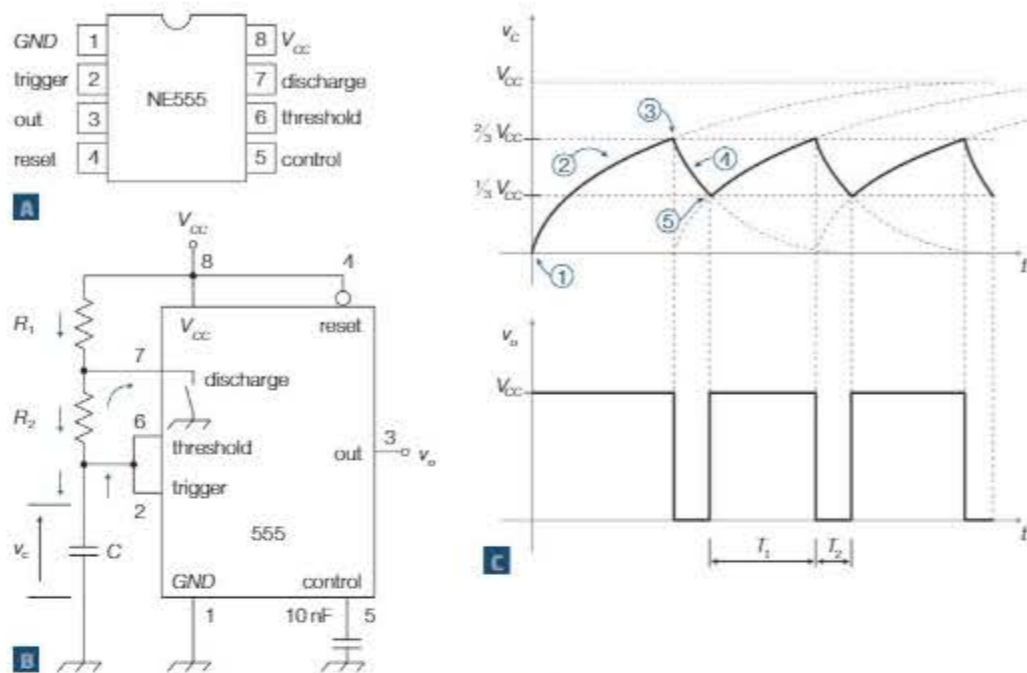


FIGURA 63 Multivibratore astabile con 555: **A)** pin-out; **B)** schema elettrico; **C)** forme d'onda.

ESEMPIO Calcolare quanto valgono la frequenza e il duty cycle dell'onda rettangolare prodotta dall'astabile in FIGURA 64.

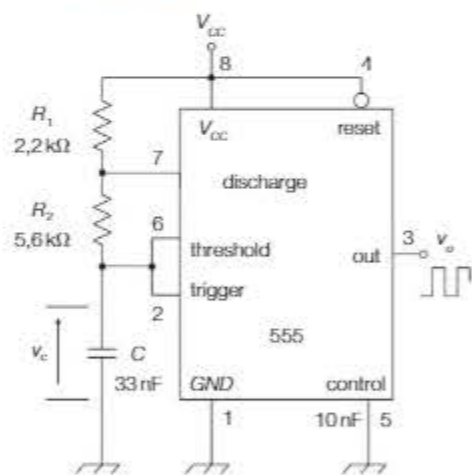


FIGURA 64

Soluzione

Sostituendo i valori dei componenti nella FORMULA 2.29 si ottiene

$$T = T_1 + T_2 = 0,7 \cdot (R_1 + 2R_2)C = 0,31 \text{ ms}$$

e quindi la frequenza vale:

$$f = 1/T = 3,23 \text{ kHz}$$

Il tempo T₁ in cui l'uscita mantiene il valore alto è dato da

$$T_1 = 0,7 \cdot (R_1 + R_2)C = 0,18 \text{ ms}$$

e quindi il duty cycle vale:

$$\delta = \frac{T_1}{T} = \frac{0,18 \cdot 10^{-3}}{0,31 \cdot 10^{-3}} = 58\%$$

9 I filtri

Un **filtro** (*filter*) è un quadripolo che permette il passaggio della porzione dello spettro del segnale in ingresso compresa in un dato intervallo di frequenze (*banda passante*) e attenua la parte dello spettro al di fuori di esso (*banda oscura*).

Alcuni esempi d'impiego dei filtri sono: la regolazione dei toni negli impianti audio, i filtri di cross-over per selezionare le porzioni di segnale audio da inviare ai diversi altoparlanti di una cassa acustica (*woofer*, *mid-range*, *tweeter*), il filtro a frequenza intermedia di un ricevitore AM ed FM per selezionare il canale da ascoltare, ecc.

9.1 Classificazione dei filtri

Dalla risposta in ampiezza di un quadripolo lineare, indicata anche come modulo del diagramma di Bode, si possono rilevare i seguenti parametri:

- **banda passante o centrobanda** (*mid-band*): è l'intervallo di frequenze in cui la risposta in ampiezza si mantiene pressoché costante, con variazioni inferiori a 3 dB;
- **banda oscura**: è la porzione esterna alla banda passante;
- **larghezza di banda** (*BW*, *bandwidth*): è la larghezza della banda passante;
- **frequenza di taglio** (*cutoff frequency*): è la frequenza in corrispondenza della quale la risposta in ampiezza diminuisce di 3 dB rispetto al valore in centrobanda.

La banda passante è delimitata da una *frequenza di taglio inferiore* (*f_l*) e/o da una *frequenza di taglio superiore* (*f_h*), secondo il tipo di risposta.

Si definiscono:

- **filtri passivi** quelli realizzati esclusivamente con componenti passivi (*R*, *L*, *C*, trasformatore); il segnale d'uscita può avere al massimo la stessa ampiezza di quello d'ingresso;
- **filtri attivi** quelli che impiegano, oltre a componenti passivi (generalmente *R* e *C*), anche amplificatori. I filtri attivi permettono quindi anche l'amplificazione dei segnali.

Possono essere anche:

- **filtri del primo ordine** quelli realizzati con un solo componente reattivo (*L* o *C*). Il diagramma di Bode del modulo (risposta in ampiezza) ha una pendenza massima di ±20 dB/decade;
- **filtri del secondo ordine** quelli contenenti due componenti reattivi. Il diagramma di Bode del modulo (risposta in ampiezza) ha una pendenza massima di ±40 dB/decade.

Un **filtro ideale** (FIGURA 65A, a pagina seguente) è caratterizzato da una banda passante perfettamente piatta fino alle frequenze di taglio, oltre le quali l'attenuazione passa di colpo a un valore infinito e le componenti a quelle frequenze sono completamente eliminate.

In un **filtro reale** (FIGURA 65B) le frequenze che cadono nella banda oscura sono tanto più attenuate quanto più si distanziano dalla frequenza di taglio. Il comportamento del filtro si avvicina a quello ideale all'aumentare della pendenza della curva di risposta in banda oscura e, quindi, al crescere dell'ordine del filtro⁸.

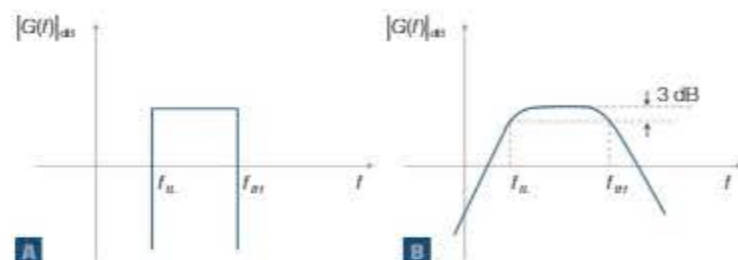


FIGURA 65 Filtro: **A)** ideale; **B)** reale.

I filtri sono classificati in base all'andamento della risposta in ampiezza (TABELLA 2):

- **filtro passa basso** (LPF, *Low Pass Filter*): la banda passante si trova al di sotto della frequenza di taglio;
- **filtro passa alto** (HPF, *High Pass Filter*): la banda passante si trova al di sopra della frequenza di taglio;
- **filtro passa banda** (BPF, *Band Pass Filter*): la banda passante è compresa tra due frequenze di taglio; sono detti *selettivi* se la banda passante è stretta e il massimo valore del modulo è raggiunto per una sola frequenza, oppure *a banda larga* se la banda passante rimane piatta per un intervallo di frequenze;
- **filtro elimina banda** (BRF, *Band Reject Filter* o *Notch*): elimina le frequenze comprese tra due frequenze di taglio.

TABELLA 2 Simboli e risposte in ampiezza dei filtri passa basso, passa alto, passa banda ed elimina banda.

Filtro	Simbolo	Risposta in ampiezza
Passa basso		
Passa alto		
Passa banda		
Elimina banda		

8. Il software di simulazione Micro-Cap consente di progettare facilmente i filtri sia passivi sia attivi attraverso il menu *Design*.

9.2 I filtri passivi

Filtri RC ed RL del primo ordine

I filtri del primo ordine presentano un solo componente reattivo e nella banda oscura il diagramma di Bode del modulo ha una pendenza di ± 20 dB/decade.

La TABELLA 3 riporta gli schemi e i diagrammi di Bode dei filtri passivi passa basso e passa alto, realizzati con coppie RC ed RL, le cui frequenze di taglio hanno i seguenti valori.

- **Filtro passa basso RC**: il condensatore per $f = 0$ risulta un circuito aperto ($v_o = v_i$), mentre per $f \rightarrow \infty$ equivale a un cortocircuito ($v_o = 0$):

$$f_t = \frac{\omega_t}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} \quad (2.30)$$

- **Filtro passa basso RL**: l'induttanza per $f = 0$ risulta un cortocircuito ($v_o = v_i$), mentre per $f \rightarrow \infty$ equivale a un circuito aperto ($v_o = 0$):

$$f_t = \frac{\omega_t}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L} \quad (2.31)$$

- **Filtro passa alto RC**: il condensatore per $f = 0$ risulta un circuito aperto, per cui $v_o = v_i$, mentre per $f \rightarrow \infty$ è un cortocircuito e quindi $v_o = 0$:

$$f_t = \frac{\omega_t}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} \quad (2.32)$$

- **Filtro passa alto RL**: l'induttanza per $f = 0$ risulta un cortocircuito e quindi $v_o = 0$, mentre per $f \rightarrow \infty$ l'induttanza equivale a un circuito aperto, per cui $v_o = v_i$:

$$f_t = \frac{\omega_t}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L} \quad (2.33)$$

TABELLA 3 Filtri passivi del primo ordine passa basso e passa alto, RC ed RL.

	RC	RL	Bode-modulo
passa basso			
passa alto			

Si noti che la frequenza di taglio dei filtri RC è data dalla stessa espressione, sia per il passa alto sia per il passa basso; lo stesso vale per i filtri RL.

La risposta è sempre minore o uguale a 0 dB, e quindi il segnale d'uscita ha ampiezza minore o uguale a quello d'ingresso.

Le funzioni di trasferimento dei filtri sono calcolate con uscita a circuito aperto (carico scollegato). Quando si collega un carico esso si troverà in

parallelo all'elemento d'uscita del filtro, alterando le risposte riportate in tabella; l'effetto di tale carico sarà tanto minore quanto maggiore è la sua impedenza rispetto a quella dell'elemento d'uscita in parallelo. Analogamente l'impedenza d'uscita dello stadio a monte risulta in serie all'elemento d'ingresso del filtro.

ESEMPIO Dei filtri in FIGURA 66 individuare il tipo di risposta e il valore della frequenza di taglio.

Soluzione

Filtro passa alto RC:

$$f_t = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 1800 \cdot 2,2 \cdot 10^{-6}} = 40,2 \text{ Hz}$$

Filtro passa alto RL:

$$f_t = \frac{R}{2\pi L} = \frac{47 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 12 \cdot 10^{-3}} = 623 \text{ kHz}$$

Filtro passa basso RL:

$$f_t = \frac{R}{2\pi L} = \frac{3,3 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 105 \text{ kHz}$$

Filtro passa basso RC:

$$f_t = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 5600 \cdot 47 \cdot 10^{-9}} = 605 \text{ Hz}$$

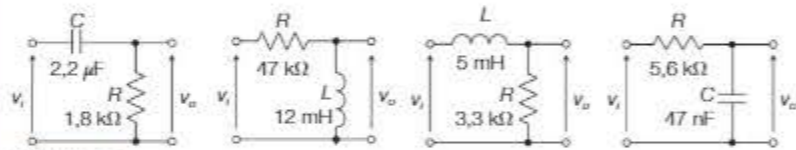


FIGURA 66

ESEMPIO Progettare un filtro passa basso del primo ordine con frequenza di taglio $f_t = 3400 \text{ Hz}$.

Soluzione

Si sceglie la configurazione passa basso RC rappresentata nella TABELLA 3. Si deve individuare una coppia di valori di R e C tali che

$$RC = \frac{1}{2\pi f_t}$$

per cui è possibile fissare a piacere il valore di uno dei due componenti e calcolare l'altro; si fissa per esempio $C = 10 \text{ nF}$ e si ricava R

$$R = \frac{1}{2\pi C f_t} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 3400} = 4681 \Omega$$

che si può approssimare con il valore commerciale $R = 4,7 \text{ k}\Omega$.

I filtri del secondo ordine

Nella TABELLA 4 sono raffigurati gli schemi di tre filtri del secondo ordine RLC; il punto d'incrocio degli asintoti si ha, nei tre casi, alla pulsazione (frequenza):

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

La pulsazione ω_0 (f_0) è detta *pulsazione (frequenza) naturale* e rappresenta la pulsazione (frequenza) di risonanza della rete LC.

TABELLA 4 Filtri passivi del secondo ordine RLC.

	Filtri RLC	Bode-modulo
passa basso		
passa alto		
passa banda		

Gli asintoti del diagramma di Bode in banda oscura hanno pendenza $\pm 40 \text{ dB/decade}$ nei filtri passa alto e passa basso e $\pm 20 \text{ dB/decade}$ nel filtro passa banda.

L'andamento della curva reale nei filtri passa basso e passa alto individua tre tipi di risposta (FIGURA 67).

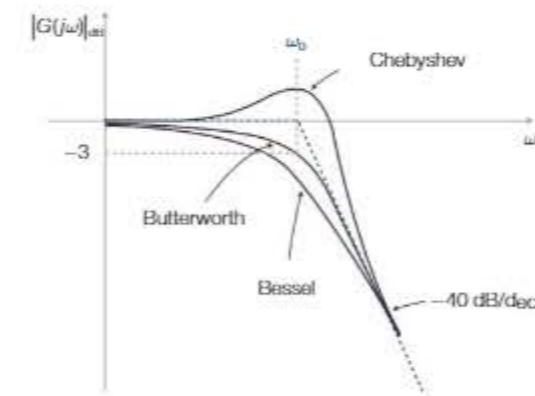


FIGURA 67 Andamento reale dei diagrammi di Bode del modulo dei filtri passa basso del secondo ordine.

1. **Risposta alla Butterworth:** la frequenza di taglio a -3 dB coincide con ω_0 ; in banda passante la risposta in ampiezza presenta la zona piatta più ampia possibile, minimizzando quindi il rischio di avere una distorsione d'ampiezza.
2. **Risposta alla Bessel;** in banda passante la risposta in fase è la più lineare, per cui il tempo di ritardo tra l'ingresso e l'uscita del filtro è pressoché

costante per tutte le frequenze e, di conseguenza, si minimizza la distorsione di fase.

3. *Risposta alla Chebyshev*: il diagramma di Bode del modulo presenta un picco; in corrispondenza della frequenza di taglio i filtri hanno un'elevata pendenza della risposta in ampiezza e, quindi, consentono la migliore discriminazione tra banda passante e banda oscura.

Nei filtri passa banda a banda stretta si definisce il fattore di qualità Q , il cui valore equivale al rapporto tra la pulsazione centrale (ω_0) e la larghezza di banda ($\omega_{HI} - \omega_{LI}$) del filtro:

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_{HI} - \omega_{LI}} \quad (2.34)$$

Per questo motivo Q esprime la selettività del filtro: maggiore è il valore di Q più il filtro è selettivo.

In un filtro passa banda la pulsazione centrale è data dalla media geometrica delle pulsazioni di taglio:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{HI} \cdot \omega_{LI}} \quad (2.35)$$

Nei filtri passa banda a banda stretta, aumentando la componente resistiva rispetto a quella reattiva, aumenta il valore di Q .

In FIGURA 68 è rappresentato un filtro del secondo ordine che impiega solo componenti RC: il *filtro passa banda selettivo di Wien*, con i seguenti parametri (A_0 è il valore della funzione di trasferimento alla frequenza f_0):

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \quad A_0 = \frac{1}{3} \quad Q = \frac{1}{3} \quad (2.36)$$

9.3 Filtri attivi

I **filtri attivi** sono filtri che, oltre alla presenza di componenti passivi (prevalentemente resistori e condensatori), prevedono l'impiego di un componente attivo, in genere un *amplificatore operazionale*, ottenendo i seguenti vantaggi:

- effetti di carico praticamente trascurabili nella connessione in cascata di più stadi, grazie alla bassa impedenza d'uscita dell'amplificatore operazionale; in questo modo la realizzazione di filtri di ordine superiore risulta più semplice;
- consentono di ottenere un guadagno in banda passante;
- si possono realizzare utilizzando solamente resistori e condensatori, quindi non è necessario l'impiego degli induttori, svantaggiosi per ingombro, perdite e costo elevati, in modo particolare alle basse frequenze.

Gli svantaggi legati all'impiego degli amplificatori operazionali sono:

- l'alimentazione necessaria;
- la necessità di limitare l'ampiezza dei segnali in ingresso per non provocare la saturazione dell'amplificatore operazionale e, quindi, la distorsione armonica;
- una banda di frequenze limitata, in genere al massimo qualche MHz, a seconda del modello di amplificatore operazionale utilizzato.

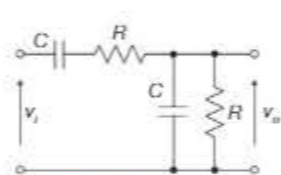


FIGURA 68 Filtro passa banda di Wien.

Filtri attivi del primo ordine

Per rendere attivo un filtro passivo RC del primo ordine è sufficiente porre in cascata alla cella RC un amplificatore non invertente (FIGURA 69) il quale, grazie all'elevatissima impedenza d'ingresso, non carica il filtro e quindi non ne altera le caratteristiche; la frequenza di taglio corrisponde a quella del filtro RC:

$$f_t = \frac{1}{2\pi \cdot RC} \quad (2.37)$$

Il guadagno in banda passante del filtro attivo è dato dal guadagno dell'amplificatore non invertente:

$$A_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (2.38)$$

Un carico collegato all'uscita del filtro non altera le caratteristiche del circuito valutate a vuoto, questo grazie alla bassa resistenza d'uscita dell'amplificatore operazionale, che garantisce il disaccoppiamento.

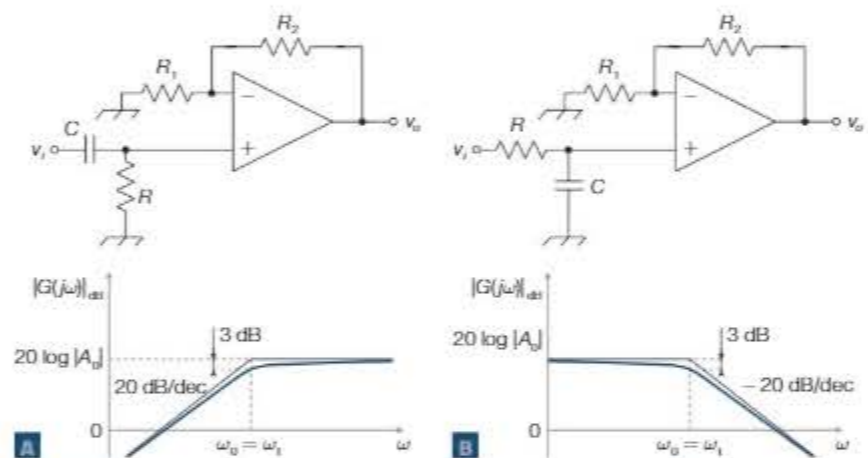


FIGURA 69 Schemi e diagrammi di Bode di filtri attivi del primo ordine: **A)** passa alto; **B)** passa basso.

Filtri attivi del secondo ordine

Per rendere attivi i filtri del secondo ordine potrebbe essere sufficiente disaccoppiare mediante un amplificatore operazionale l'uscita di un filtro passivo LC, come si è fatto per i filtri del primo ordine; in questo modo si otterrebbe il guadagno in tensione e il disaccoppiamento tra diversi stadi in cascata, ma sarebbe necessario impiegare induttori.

Un'alternativa potrebbe essere quella di porre in cascata due filtri attivi del primo ordine, anche se questo richiede l'impiego di due operazionali⁹.

Filtri attivi di ordine superiore

Collegando un numero opportuno di filtri del primo e del secondo ordine è possibile ottenere filtri di ordine superiore, caratterizzati da una maggiore pendenza dell'asintoto in banda oscura e quindi più selettivi.

Generalmente l'ordine del circuito complessivo è pari alla somma degli ordini dei singoli filtri.

9. Per poter impiegare solo resistori, condensatori e un amplificatore operazionale per stadio, si utilizzano alcune topologie tra cui la VCVS (*Voltage Controlled Voltage Source*). Un esempio di filtro VCVS è il Sallen-Key, utilizzato nell'equalizzatore a 5 bande simulato con Micro-Cap e scaricabile dal sito collegato al libro.

